

Probabilité

Série 3

Exercice 1: Une usine fabrique des pièces mécaniques et constate que pour un type de pièces, la demande mensuelle (en milliers de pièces) est une variables aléatoire continue X de densité:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{0,125\pi}} e^{-8(x-4)^2} \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}$$

1. Quelle est la loi de X ? Déterminer d'espérance et l'écart type de X avec leur unité.

On suppose maintenant que l'espérance de X est de 4 mille pièces et son écart type est 0,25 mille pièces.

2. Quelle est la probabilité pour que la demande ne dépasse pas 4500 pièces en un mois,
3. Le stock d'un mois est 4600 pièces Calculer la probabilité que la demande ne soit pas satisfaite.
4. Quelle est le nombre minimal x_m de pièces que doit stocker l'usine chaque mois pour satisfaire la demande avec une probabilité de 0,98.

Exercice 2: Soit X une variable aléatoire continue de densité de probabilité définie par:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & \text{si } -e \leq x < -1 \\ x + 1 - a & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Déterminer la valeur de a .

Exercice 3: Le lait produit par une usine a une teneur en matières grasses qui se caractérise par une moyenne de 160 grammes par litre et d'un écart type de 10 grammes par litre. Les consommateurs n'acceptent que le lait dont la teneur en matières grasses est comprise entre 135 grammes par litre et 185 grammes par litre. Calculer la proportion de la production du lait inacceptable par les consommateurs.

Exercice 4: Une machine fabrique des pièces cylindriques caractérisées par leurs diamètres. Soit X la v.a.r.c associée à la mesure des diamètres en centimètre, On suppose que X suit une loi normale générale d'espérance m et d'écart type σ

Sachant que sur 50000 pièces fabriquées, on dénombre 16500 pièces dont le diamètre est inférieur à 1,6 cm et 5100 dont le diamètre est supérieur à 1,8 cm

Déterminer l'espérance m et d'écart type σ

Exercice 5: On suppose que la durée de vie des ampoules d'un certain type de vidéo-projecteur est une variable aléatoire X de loi normale d'espérance 3000 heures et d'écart type 100 heures.

1. Donner l'expression de la densité de probabilité de X .
2. Quelle est la probabilité qu'une ampoule fonctionne moins de 2900 heures ?
3. Déterminer la durée de vie minimale x_m qu'une ampoule peut dépasser avec une probabilité de 0,99.

Exercice 6: Pour qu'une pièce fabriquée par une machine soit utilisable, elle doit avoir une longueur comprise entre 14,7 cm et 15,3 cm, sinon elle est rejetée. Sachant que la longueur des pièces est une variable qui suit la loi normale de moyenne 15 cm et d'écart-type 0,2 cm.

Quelle est la proportion de pièces qui peuvent être rejetées ?